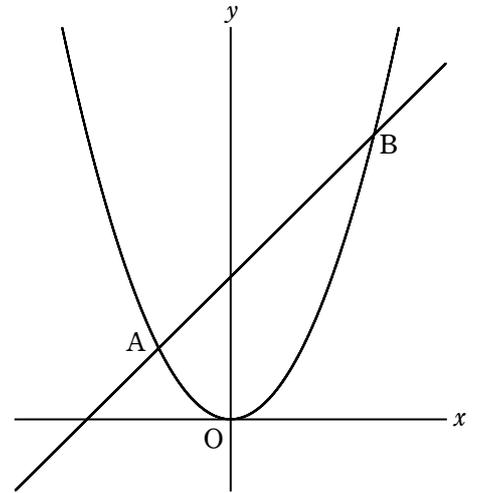


右の図のように、放物線 $y=ax^2$ と直線 $y=x+4$ との交点をそれぞれ A, B とする。A の座標が $(-2, 2)$ のとき、次の各問いに答えよ。

(1) a の値を求めよ。

(2) 点 B の座標を求めよ。

(3) x 軸上に点 P をとる。AP+BP の長さが最短となるときの点 P の座標を求めよ。



解答と解説

(1) A $(-2, 2)$ は $y=ax^2$ 上の点なので、 $x=-2$, $y=2$ を代入すると、

$$2 = a \times (-2)^2$$

$$4a = 2$$

$$\text{よって、} a = \frac{1}{2}$$

(2) 点 B は $y = \frac{1}{2}x^2 \cdots \text{①}$ と $y = x + 4 \cdots \text{②}$ との交点なので、

① を ② に代入すると、

$$\frac{1}{2}x^2 = x + 4$$

$$x^2 - 2x - 8 = 0$$

$$(x+2)(x-4) = 0$$

$$x = -2, 4$$

点 B の x 座標は 4 である。

$$x = 4 \text{ を ② に代入すると、} y = 8$$

よって、点 B の座標は $(4, 8)$ である。

- (3) 点 A と x 軸について対称な点を A' とすると
 $AP=AP'$ となるので、 $AP+BP=AP'+BP$ となる。
 よって、 $AP'+BP$ の長さが最短となるとき、 $AP+BP$
 の長さも最短となる。

$AP'+BP$ の長さが最短となるのは、3 点 A', P, B が
 一直線上にあるときなので

点 P は直線 A'B と x 軸との交点となる。

A(-2, 2) より A'(-2, -2) であり、B(4, 8) なので

直線 A'B の傾きは $\frac{8-(-2)}{4-(-2)} = \frac{5}{3}$ である。

直線 A'B の式を $y = \frac{5}{3}x + b$ とすると、点 B を通るので

$x=4, y=8$ を代入すると、

$$8 = \frac{5}{3} \times 4 + b$$

$$b = \frac{4}{3}$$

よって、直線 A'B の式は $y = \frac{5}{3}x + \frac{4}{3}$ である。

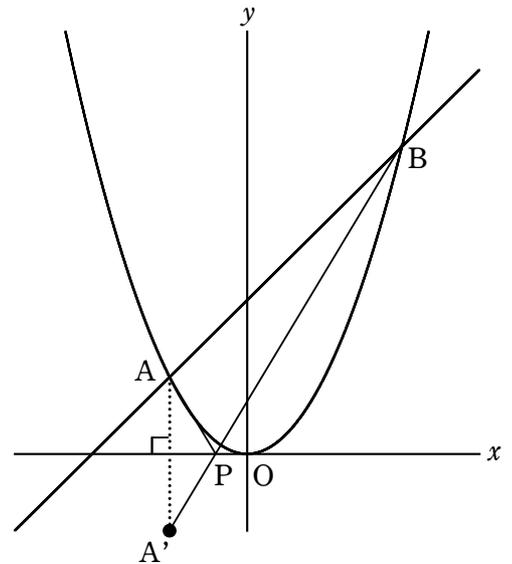
この式に $y=0$ を代入すると、

$$0 = \frac{5}{3}x + \frac{4}{3}$$

$$-\frac{5}{3}x = \frac{4}{3}$$

$$x = -\frac{4}{5}$$

よって、点 P の座標は $(-\frac{4}{5}, 0)$ である。



【今後の京華高等学校の説明会日程】

京華祭

10月28日(土)・29日(日)

※入試相談コーナー設置しています。

学校説明会

11月12日(日) 14:00～

11月23日(木・祝) 14:00～

12月 2日(土) 14:30～

個別相談会

12月 9日(土) 14:30～

12月26日(火) 14:00～

1月 7日(日) 14:30～

是非学校まで足をお運びください。お待ちしております。