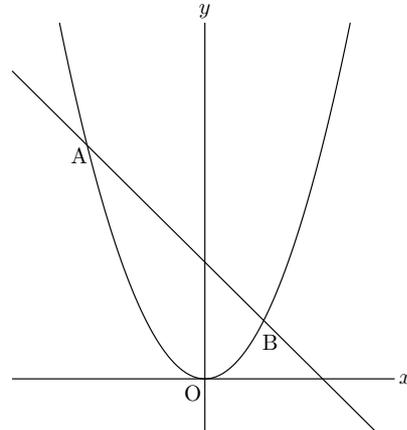


右の図のように、関数 $y = ax^2$ のグラフと直線 $y = -x + 4$ との交点をそれぞれ A, B とする。 $y = ax^2$ で x の変域が $-1 \leq x \leq 4$ のときの y の変域は $0 \leq y \leq 8$ である。

次の各問いに答えよ。

- (1) a の値を求めよ。
- (2) 点 A の座標を求めよ。
- (3) 点 A を通り、直線 OB に平行な直線と、放物線 $y = ax^2$ との点 A 以外の交点を C とする。このとき、 $\triangle ABC$ の面積を求めよ。



解答と解説

- (1) x の変域が $-1 \leq x \leq 4$ のとき、 y の変域は $0 \leq y \leq 8$ なので、 $y = ax^2$ は点 $(4, 8)$ を通る。 $x = 4, y = 8$ を $y = ax^2$ に代入して、

$$8 = a \times 4^2$$

$$a = \frac{8}{16} = \frac{1}{2}$$

よって、 $a = \frac{1}{2}$

- (2)(1) より $a = \frac{1}{2}$ なので 2 次関数は $y = \frac{1}{2}x^2$ である。

A は $y = \frac{1}{2}x^2 \cdots \textcircled{1}$ と $y = -x + 4 \cdots \textcircled{2}$ との交点である。

よって、 $\textcircled{1}$ を $\textcircled{2}$ に代入すると、

$$\frac{1}{2}x^2 = -x + 4$$

$$x^2 + 2x - 8 = 0$$

$$(x + 4)(x - 2) = 0$$

$$x = -4, 2$$

図より、 $x = -4$

これを $\textcircled{2}$ に代入すると、 $y = 8$

よって、点 A の座標は $(-4, 8)$ である。

(3)(2) より点Bの座標は(2, 2)なので、直線OBの傾きは

$$\frac{2-0}{2-0} = 1 \text{ である。}$$

直線ACを $y = sx + t$ とおく。

直線ACと直線OBは平行なので、 $s = 1$

点Aの座標が(-4, 8)なので、

$$8 = -4 + t$$

$$t = 12$$

したがって直線ACは $y = x + 12$ である。

直線 $x = 2$ と直線ACとの交点をDとする。

$x = 2$ のとき $y = 2 + 12 = 14$ より

点Dの座標は(2, 14)である。

よって、 $BD = 14 - 2$

$$= 12$$

また、点Cの座標は、 $y = \frac{1}{2}x^2 \cdots \textcircled{1}$ と $y = x + 12 \cdots \textcircled{2}$ との交点なので、

①を②に代入すると、

$$\frac{1}{2}x^2 = x + 12$$

$$x^2 - 2x - 24 = 0$$

$$(x + 4)(x - 6) = 0$$

$$x = -4, 6$$

よって、点Cのx座標は $x = 6$

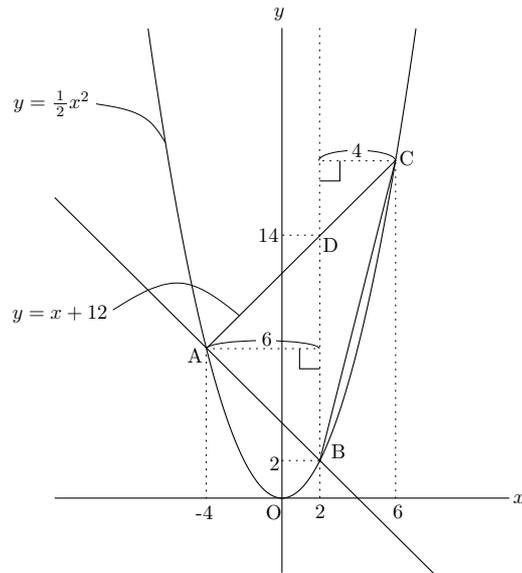
図より、

$$\triangle ABC = \triangle ABD + \triangle BCD$$

$$= \frac{1}{2} \times 12 \times 6 + \frac{1}{2} \times 12 \times 4$$

$$= \frac{1}{2} \times 12(6 + 4)$$

$$= 60$$



【今後の京華高等学校の説明会日程】

京華祭

10月27日(土)・28日(日)

※入試相談コーナー設置しています。

学校説明会

11月11日(日) 14:00～

11月23日(金・祝) 14:00～

12月 1日(土) 14:30～

個別相談会

12月 8日(土) 14:00～

12月26日(水) 14:00～

1月 6日(日) 14:30～

是非学校まで足をお運びください。お待ちしております。